E 1

Abgestrahlte Energie : $12'000 \cdot 24 \cdot 3600 = 1'036'800'000$ J / Tag

Masseäquivalent : $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{1.0368 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^{16}} \approx 1.152 \cdot 10^{-8}$ kg

$\Delta m \approx 1.152 \cdot 10^{-5}$ g $\approx 0.001'152$ mg / Tag

E2

Querschnittfläche der Erde:

$$A = r_E^2 \cdot \pi \approx (6.371 \cdot 10^6)^2 \cdot \pi \approx 1.275 \cdot 10^{14}\ m^2$$

$$\Delta E \text{ pro Tag} = A \cdot 1400 \frac{W}{m^2} \cdot 24 \cdot 3600 \approx$$

$$\approx 1.275 \cdot 10^{14} \cdot 1400 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 1.542 \cdot 10^{22}\ J/Tag$$

Daraus $\Delta m / Tag = \frac{\Delta E \text{ pro Tag}}{c^2} \approx \frac{1.542 \cdot 10^{22}}{9 \cdot 10^{16}} \approx \underline{171'382\ kg/Tag}$

((Die Erde strahlt insgesamt mehr Energie ab als sie von der Sonne aufnimmt. Sie ist ja innen immer noch heiss!))

p sei der <u>Impuls</u> der Strahlung, den die Erde absorbiert.

Wir rechnen pro Sekunde:

$$\Delta p = p = \frac{\Delta E}{c} = \frac{1400\ J/m^2 \cdot A}{c} = F \cdot \Delta t = F \cdot 1s$$

Somit

$$F = \frac{1400 \cdot 1.275 \cdot 10^{14}}{1 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 595 \cdot 10^6\ N$$

$$\approx \underline{5.95 \cdot 10^8\ N}$$

Wir prüfen noch die Einheiten in der letzten Rechnung:

$$\frac{(J/m^2) \cdot m^2}{s \cdot m/s} = J/m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} / m = kg \cdot \frac{m}{s^2} = N$$

✓✓

E3

Massäquivalent : $\frac{E}{c^2} \approx \frac{890'440 \cdot 10^{12}}{9 \cdot 10^{16}} \approx 9.894 \text{ kg}$

$m = \rho \cdot V \rightarrow V = \frac{m}{\rho} \approx \frac{9.894 \text{ kg}}{2800 \text{ kg/m}^3} \approx 0.003'53 \text{ m}^3$

Das entspricht etwa 3.5 l Granit ...

ein Würfel der Kantenlänge 15.2 cm !!

(E4)

klassisch: $q \cdot U = \frac{1}{2} m v^2$; $v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}$;

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}}} \qquad \boxed{v = c \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m_e \cdot c^2} \cdot U}}$$

relativistisch: $q \cdot U = \Delta E = \Delta m \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{}} - 1 \right)$

$$\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} = \frac{1}{\sqrt{}} - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{}} = 1 + \frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} = \frac{m_e \cdot c^2 + e \cdot U}{m_e \cdot c^2}$$

$$\sqrt{} = \frac{m_e \cdot c^2}{m_e \cdot c^2 + e \cdot U} = \frac{1}{1 + \frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2}}$$

→ Abkürzung: $a = \frac{e}{m_e \cdot c^2} \approx 1.954 \cdot 10^{-6} \frac{C \cdot s^2}{kg \cdot m^2}$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{(1 + a \cdot U)^2}$$

$$1 - \frac{1}{(1 + a \cdot U)^2} = \frac{v^2}{c^2}$$

$$\boxed{v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + a \cdot U)^2}}}$$

Vergleich: Siehe Excel-Tabelle auf Beiblatt !!

Beschleunigungsspannung und Geschwindigkeit des Elektrons

Vergleich klassische und relativistische Rechnung

Aufgabe E4

$a = e / (m \cdot c^2)$ 1.953897E-06

U (in Volt)	v/c (klassisch)	v/c (relativistisch)
10	0.00625123508	0.00625114347
100	0.01976814104	0.01976524471
1000	0.06251235078	0.06242091496
10000	0.19768141036	0.19483775709
30000	0.34239424645	0.32814092753
60000	0.48421858700	0.44593010799
1E+05	0.62512350780	0.54789474466
3E+05	1.08274567651	0.77623001952
6E+05	1.53123362032	0.88774607214
1E+06	1.97681410355	0.94095349807
5E+06	4.42029071442	0.99567964633
1E+07	6.25123507797	0.99881403933
5E+07	13.97818657766	0.99994866753
1E+08	19.76814103551	0.99998703611
5E+08	44.20290714421	0.99999947720
1E+09	62.51235077967	0.99999986917
5E+09	139.78186577665	0.99999999476
1E+10	197.68141035515	0.99999999869

E5

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 4.7 \cdot 12^2 = 338.4 \text{ J}$$

$$m(\text{nachher}) = 4\,g + \frac{338.4}{c^2} \cdot \cancel{\frac{1}{1000}} \cdot 1000\,g =$$

$$= 4 + \frac{338'400}{9 \cdot 10^{16}} = 4.000'000'000'003'76\,g$$

$$\left(\Delta m \approx 3.76 \cdot 10^{-12}\,g \;\; !! \right)$$

E6

Es 'verschwindet' die Masse

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{480\,000}{9 \cdot 10^{16}} \text{ kg}$$

$$= \frac{480 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^{16}} \text{ g} = \frac{480}{9 \cdot 10^{10}} \text{ g} \approx \underline{5.33 \cdot 10^{-9} \text{ g}}$$

Die ursprüngliche Masse : $2 \cdot 2 + 1 \cdot 32 = 36$ g

'verschwindender' Teil : $\frac{5.33 \cdot 10^{-9} \text{ g}}{36 \text{ g}} \approx 1.48 \cdot 10^{-10}$

also deutlich weniger als 1 Milliardstel ...

E7

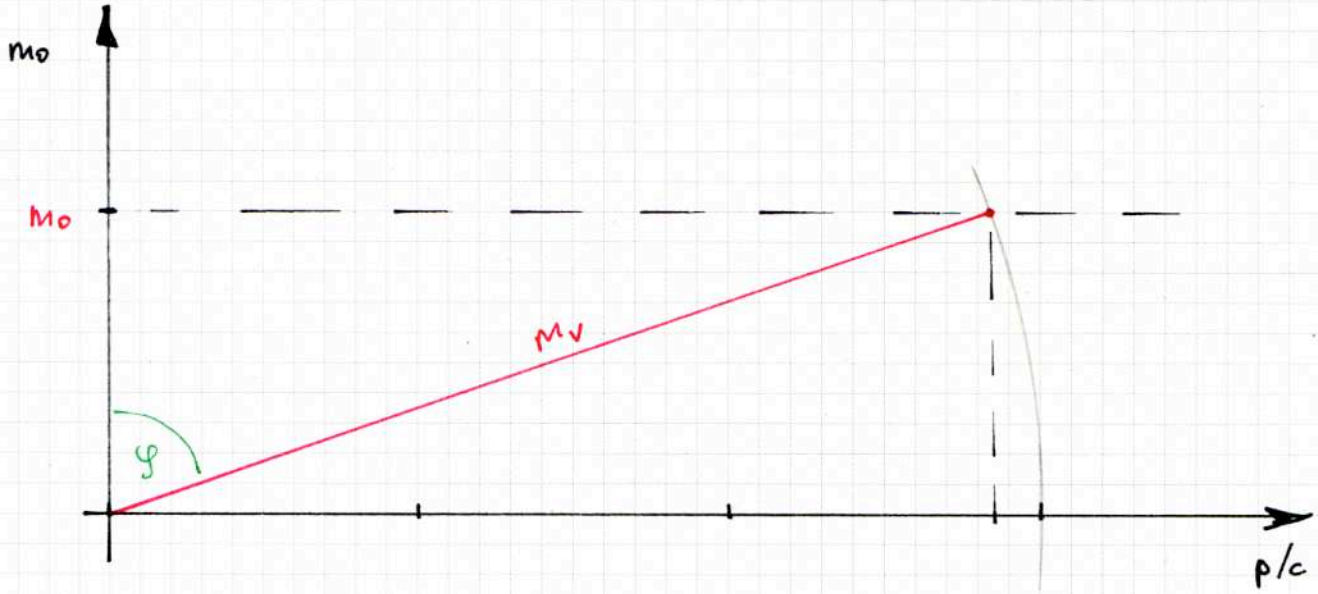
Rechnung: $m_v = m_0 / \sqrt{} = 3 \cdot m_0$

$\Rightarrow \sqrt{} = \frac{1}{3}$; $1 - x^2 = \frac{1}{9}$

$x^2 = \frac{8}{9}$; $x = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} \approx 0.942809$

also $v \approx 94.3\,\%$ von c

Diagramm:



$\frac{v}{c} = \sin\varphi \approx \frac{28.3\ H.}{30\ H.} \approx 0.943$

E8

$$m_v = 427 \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{}} \Longrightarrow \sqrt{} = \frac{1}{427}$$

$$1 - x^2 = \frac{1}{427^2} = \frac{1}{182'329}$$

$$x^2 = 1 - \frac{1}{182'329} = \frac{182'328}{182'329}$$

$$x = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{182'328}{182'329}} \approx \underline{0.999'997'258}$$

Die Differenz-Geschwindigkeit zu c ist

$$w = (1-x) \cdot c \approx 822.7 \ m/s$$

Benötigte Beschleunigungsenergie:

$$\Delta W = \Delta m \cdot c^2 = 426 \cdot m_0 \cdot c^2 \approx 426 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

$$\approx 6.412'75 \cdot 10^{-8} \ J$$

$$\approx 400'252 \ MeV \approx 400 \ GeV$$

$$E = E_0 / \sqrt{} \ ; \ \sqrt{} = E_0 / E \ ; \ 1 - x^2 = E_0^2 / E^2$$

also $(1-x) \cdot (1+x) = E_0^2 / E^2$

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_0^2 / E^2 \quad \Big| \cdot c^2$$

$$\underbrace{(c-v)}_{w} \cdot \underbrace{(c+v)}_{2 \cdot c} = c^2 \cdot E_0^2 / E^2$$

$$w \cdot 2 \cdot c = c^2 \cdot E_0^2 / E^2$$

$$\boxed{w = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \frac{E_0^2}{E_{tot}^2}}$$

KANTON THURGAU

THURGAU SWITZERLAND

E9

Wir rechnen mit $v \approx c$, $F_z = F_L$

$$\frac{m v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad ; \quad \boxed{B = \frac{m \cdot v}{e \cdot r} = \frac{p}{e \cdot r}}$$

<u>Einsetzen</u>: $m = m_0$ und $v = c$ und $r = 1200\ m$:

$$B \approx \frac{1.672 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1200} \approx 0.002'609 \text{ Tesla}$$

Ein Magnetfeld von 2.6 mT würde reichen !

<u>Einsetzen</u>: ~~$m = m_v =$~~

$B = 1.11$ Tesla , $v = c$, $r = 1200$

$$m = m_v = \frac{B \cdot e \cdot r}{c} \approx \frac{1.11 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1200}{3 \cdot 10^{8}} \approx 7.11288 \cdot 10^{-25}\ kg$$

$$m_v / m_0 \approx \frac{7.112'88 \cdot 10^{-25}}{1.672 \cdot 10^{-27}} \approx 425.4 \quad \ldots$$

E 10

Aufgabe E 10

$$\text{Energie im Feld} = \frac{1}{2}\cdot Q\cdot U = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} = \frac{e^2}{2\cdot 4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r}$$

$Q = C\cdot U$ $\qquad$ $C = 4\pi\varepsilon_0\cdot r$

$$\text{Also}\quad r = \frac{e^2}{2\cdot 4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot E} \overset{!}{=} \frac{e^2}{2\cdot 4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot m\cdot c^2} \overset{*)}{=} \frac{e^2\cdot\mu_0}{2\cdot 4\cdot\pi\cdot m} =$$

$$= \frac{e^2\cdot \cancel{4\cdot\pi}\cdot 10^{-7}}{2\cdot\cancel{4\cdot\pi}\cdot m} = \frac{(1.602\cdot 10^{-19})^2\cdot 10^{-7}}{2\cdot 9.110\cdot 10^{-31}} =$$

$$= \frac{1.602^2\cdot 10^{-38}\cdot 10^{-7}}{2\cdot 9.110\cdot 10^{-31}} = \frac{1.602^2}{18.22}\cdot 10^{-14} \approx \underline{\underline{1.5\cdot 10^{-15}\ m}}$$

Dies ist die Größenordnung des Radius des <u>Protons</u> !!

Damit zeigt die Rechnung vor allem, dass man die Masse des Protons <u>nicht</u> durch die Energie seines elektrischen Felds erklären kann, ist die Ruhemasse des Protons doch etwa 1835 x so gross wie diejenige des Elektrons !

*) $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0}}$; $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\cdot\mu_0}$; $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0\cdot c^2}$!!

nebst $\mu_0 = 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}$ [...]

Siehe auch: Wikipedia-Eintrag zum Elektron !!

dort: $\varnothing < 10^{-19}$ m aus Elektron-Elektron-Streuexperimenten

aber: Wirkungsquerschnitt bei Streuung von Röntgenstrahlen: $\sim 3\cdot 10^{-15}$ m !

E 11

Zu den Transformationen der thermodynamischen Grössen gibt es seit April 2014 einen umfangreichen Abschnitt innerhalb der Webseite relativity.li :

http://www.relativity.li/de/maxwell/temp_0_de/

Read the following pages about the transformations of thermodynamic entities:

http://www.relativity.li/en/maxwell2/temp_0_en/

E 12

Diese Aufgabe ist der Inhalt eines kurzen Artikels, den ich mal für APT geschrieben habe und der von dieser Zeitschrift abgelehnt worden ist:

Relativ_02.pdf

A short contribution to APT (that was refuted by the editors) presents this beautiful small result:

Relativ_02.pdf